

极地粒雪层融水旋喷成桩方法的可行性研究

郭沫君¹, 李亚洲^{1,2*}, 杨甘生^{1,2}, 李冰^{1,2}, 张凯^{1,2}

(1. 中国地质大学(北京)工程技术学院, 北京 100083; 2. 极地地质与海洋矿产教育部重点实验室, 北京 100083)

摘要: 钻穿极地冰盖, 并获取冰下基岩样品对于揭示极地冰下地质环境具有重要意义。极地冰盖上部一般覆盖有高渗透性的粒雪层。使用高压空气或钻井液在粒雪层钻进时, 如果不进行粒雪层的加固, 则高压空气和钻井液就会渗漏进周围粒雪层, 导致钻进作业无法继续开展。因此, 在极地开展冰下基岩取心钻探的过程中, 必须对粒雪层孔壁进行封隔加固。本文提出了一种利用融水旋喷成桩加固孔壁的方法, 并对该方法进行了理论分析以及试验研究。研究结果表明, 为了在粒雪层中得到0.4 m的融孔, 注浆管的提升速度应为15~30 mm/min左右。当粒雪层厚度不超过100 m时, 融水向下注入过程中的温度损失大致在16℃以下。一般条件下, 成桩所需的水量不会超过16 m³。在极地寒冷环境下, 在粒雪层通过融水旋喷再冻结的方法可以形成桩体。在-15℃的条件下, 冻结成桩的时间约为60 h。

关键词: 极地钻探; 冰下基岩; 粒雪层; 融水; 旋喷成桩; 冻结成桩

中图分类号: P634 **文献标识码:** A **文章编号:** 2096-9686(2025)S1-0052-12

Feasibility study on method of rotary jetting pile-formation in firn with melting water in polar regions

GUO Mojun¹, LI Yazhou^{1,2*}, YANG Gansheng^{1,2}, LI Bing^{1,2}, ZHANG Kai^{1,2}

(1. School of Engineering and Technology, China University of Geosciences, Beijing 100083, China; 2. Key Laboratory of Polar Geology and Marine Mineral Resources (China University of Geosciences), Ministry of Education, Beijing 100083, China)

Abstract: It is of great significance to drill across the polar ice sheet and obtain subglacial bedrock samples for revealing the geological environment beneath ice sheet. The upper part of the polar ice sheet is generally covered with highly permeable firn. When drill in the firn, the compressed air and drilling fluid would leak into the surrounding firn if it is not reinforced, resulting in the inability to continue drilling operations. Therefore, it is necessary to seal and reinforce the borehole wall of firn in the process of sampling subglacial bedrocks. In this paper, a method of rotary jetting pile formation with melting water is proposed, and the theoretical analysis and experimental study were carried out. The research results show that in order to obtain a 0.4m borehole in firn, the lifting speed of the grouting pipe should be about 15~30mm/min. When the firn thickness is less than 100m, the temperature loss of meltwater during downward injection is approximately below 16℃. In normal conditions, the amount of water required for pile formation does not exceed 16 m³. In the cold polar environment, piles can be formed in the firn through the method of meltwater rotary jetting and refreezing. At the temperature of -15℃, the time for freezing into piles is approximately 60h.

Key words: drilling in polar region; subglacial bedrock; firn; melting water; rotary jet pile-formation; freezing into piles

收稿日期: 2025-06-13; 修回日期: 2025-09-05 DOI: 10.12143/j.ztgc.2025.S1.009

基金项目: 国家重点研发计划项目“南极冰下复杂地质环境多工艺钻探理论与方法”课题四“多工艺极地钻探装备研发与系统集成”(编号: 2021YFA0719104)

第一作者: 郭沫君, 男, 汉族, 2000年生, 硕士研究生, 地质资源与地质工程专业, 主要从事极地钻探技术与装备研究工作, 北京市海淀区学院路29号, 1317339811@qq.com。

通信作者: 李亚洲, 男, 汉族, 1993年生, 副教授, 地质工程专业, 博士, 长期从事极地钻探技术与装备研究工作, 北京市海淀区学院路29号, yazhouli@cugb.edu.cn。

引用格式: 郭沫君, 李亚洲, 杨甘生, 等. 极地粒雪层融水旋喷成桩方法的可行性研究[J]. 钻探工程, 2025, 52(S1): 52-63.

GUO Mojun, LI Yazhou, YANG Gansheng, et al. Feasibility study on method of rotary jetting pile-formation in firn with melting water in polar regions[J]. Drilling Engineering, 2025, 52(S1): 52-63.

0 引言

通过钻探获取冰下基岩岩心是研究极地冰下地质环境最为直接且不可或缺的手段。极地冰盖上部一般覆盖有高渗透性的粒雪层,其密度范围通常在 $300\sim 830\text{ kg/m}^3$ 之间。如果不进行粒雪层的加固,使用高压空气在粒雪层钻进时,高压空气会向粒雪层漏失,影响空气钻进深度^[2],且上返的冰屑可能会无法返出孔外,导致钻进速度减慢,甚至引发卡钻事故^[3];在钻进深度较大使用钻井液循环方式清理孔底冰屑时,钻井液会渗漏进周围粒雪层,造成钻井液漏失,污染极地环境。因此,在极地冰盖进行冰下基岩取心钻探时,必须对粒雪层孔壁进行封隔加固。

目前,在极地广泛使用套管对粒雪层进行封隔。通常采用膨胀封隔器和环形加热器,或通过直接注水等方式对套管底部进行密封。美国的ASIG、Winkie、RAID钻机以及瑞士的RADIX钻机均使用膨胀封隔器封隔套管底部,但该方法对于粒雪密度要求较高,通常要达到 $860\sim 870\text{ kg/m}^3$ ^[4-7]。环形加热器安装在套管底部。当套管被下至粒雪层后,环形加热器融化周围粒雪,产生融水。随后关闭环形加热器,使融水重新冻结。冻结完成后,套管外侧形成与粒雪层隔绝的冰层,从而达到封隔的目的,但使用该方法的钻孔曾出现过钻井液泄漏事件^[8-9]。向套管底部直接注入融水,通过融水冻结实现套管底部封隔的方式也曾极地多次使用,但存在套管容易变形且难以回收的问题^[8]。除此之外,Talalay等^[9]提出了一种利用电加热热融钻具在钻进过程产生的融水填充粒雪层孔隙,使其冻结形成冰套管,以封隔粒雪层的方法。但值得注意的是,热融钻具在钻进过程中极易发生倾斜^[10]。目前这种方法仅开展了可行性探讨,并未在实际工程中应用过。

综合来看,现有的粒雪层封隔方法存在对环境条件要求较高、可靠性差、套管无法回收、部件开发不完善等问题。为此,本文提出融水旋喷成桩的方法来改造粒雪层。如图1所示,采用该方法时,首先在粒雪层中钻进成孔,然后在钻孔中下放注浆管并旋喷融水,使融水充填粒雪层空隙,利用极地的低温条件,使孔内的融水重新冻结形成桩体,达到避免高压空气和钻井液在粒雪层内漏失的目的。本文主要通过理论计算以及试验研究对该方法的可行性进行了研究。

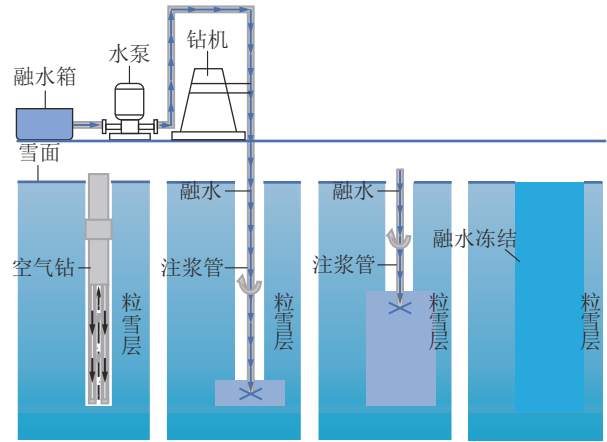


图1 极地粒雪层融水旋喷成桩方法

1 极地粒雪层融水旋喷成桩过程关键参数理论分析

本节主要对极地粒雪层融水旋喷成桩过程开展理论分析研究,以探究融水旋喷成桩封隔方法中一些关键参数的变化规律,为后续研究以及施工参数的选择提供参考。

1.1 旋喷提升速度的影响规律

当旋喷的融水接触周围低温粒雪时,具有一定温度的融水会融化部分雪层,实现扩大旋喷直径的效果。关于旋喷过程中的热量传递过程和相变过程,可通过能量守恒定律进行求解。

在孔底,融水携带的热量主要包含3个部分:(1)传导至无穷远处的粒雪层,为热量损失;(2)使孔底粒雪层发生相变融化;(3)将融化雪产生的水提升至一定温度。假设水的密度不随温度和压力发生改变,则孔底的热量守恒方程为^[11]:

$$m_s l_s + C_s m_s (0 - T_s) \epsilon + C_w m_s (T_f - 0) = m_w C_w (T_b - T_f) \quad (1)$$

式中: m_s ——雪的质量,kg; l_s ——雪的融化潜热J/kg; C_s ——雪的比热容,J/(kg·K); C_w ——水的比热容,J/(kg·K); T_s ——雪的温度,℃; T_f ——融化粒雪产生的水与喷出的水混合后达到的平衡温度,℃,最小取0℃; T_b ——融水在喷嘴处的温度,℃; ρ_w ——水的密度,kg/m³; t ——时间,s; ϵ ——热量传导损失系数,取102~105‰^[11]。

$$m_s = \rho_s \pi (D^2 - d^2) \Delta Z / 4 \quad (2)$$

$$m_w = Q_v \rho_w t \quad (3)$$

式中: ρ_s ——雪的密度,kg/m³; D ——旋喷钻孔直径,m; d ——先导孔直径,m; ΔZ ——提升高度,m; Q_v ——融水体积流量,m³/s。

将式(2)、式(3)带入式(1),得:

$$[\rho_s \pi (D^2 - d^2) \Delta Z l_s - C_s \rho_s \pi (D^2 - d^2) \Delta Z T_s \epsilon + C_w \rho_w \pi (D^2 - d^2) T_i \Delta Z] / 4 = Q_v \rho_w t C_w (T_b - T_i) \quad (4)$$

整理得:

$$Q_v \rho_w t C_w (T_b - T_i) = \rho_s \pi (D^2 - d^2) \Delta Z (l_s - \epsilon C_s T_s + C_w T_i) / 4 \quad (5)$$

等式两侧同除以 t , 整理后得注浆管的提升速度:

$$V = \frac{4 Q_v \rho_w C_w (T_b - T_i)}{\rho_s \pi (D^2 - d^2) (l_s - \epsilon C_s T_s + C_w T_i)} \quad (6)$$

基于上述公式, 计算不同旋喷参数对注浆管提升速度的影响规律。计算时采用的参数如表1所示。

表1 注浆管提升速度计算时的参数设置

参数序号	参数	融水体积流量/ (L·min ⁻¹)	粒雪层密度/ (kg·m ⁻³)	融水温度/ ℃	粒雪层温度/℃	钻孔直径/m	先导孔直径/ mm
1	融水体积流量	11~15	400~830	10	-35	0.4	38
2	粒雪层密度	14	400~830	10	-35	0.4	38
3	融水温度	14	400~830	5~15	-35	0.4	38
4	粒雪层温度	14	400~830	10	-60~-10	0.4	38
5	钻孔直径	14	400~830	10	-35	0.3~0.6	38
6	先导孔直径	14	400~830	10	-35	0.4	38~128

注浆管提升速度与不同旋喷参数之间的关系如图2所示。从图中可以看出, 想要在粒雪层中得到相同的桩体直径, 提升速度需随着融水体积流量、粒雪层密度、粒雪层温度、钻孔直径以及先导孔直径的增大而减小; 随着融水温度的增大而增大。在式(6)中, 提升速度应与融水体积流量和先导孔直径呈正相关性, 但是图2中未体现出该规律, 出现这种现象的原因是粒雪密度的变化对提升速度的影响大于融水体积流量和先导孔直径对其的影响。一般来说, 为了在粒雪层中得到0.4 m的钻孔, 注浆管的提升速度建议为15~30 mm/min。

为系统性分析参数对因变量的影响, 现使用敏感度对参数进行定量分析。本文采用基于方差的定量敏感度分析方法 Sobol 法进行敏感度分析, 当同时有多个参数 X_i 对目标函数 Y 产生影响时, y 的方差可用以下方式进行分解:

$$D(y) = \sum_i D_i + \sum_{i < j} D_{ij} + \sum_{i < j < k} D_{ijk} + \dots D_{1,2,\dots,m} \quad (7)$$

式中: D_i ——参数 i 产生的方差; D_{ij} ——两个参数 i 和 j 相互作用产生的方差; D_{ijk} ——三个参数 i, j 和 k 相互作用产生的方差; $D_{1,2,\dots,m}$ —— m 个参数相互作用产生的方差。将式(7)归一化即可得到各个参数以及各个参数相互作用的敏感度:

$$1 = \sum_i \frac{D_i}{D(y)} + \sum_{i < j} \frac{D_{ij}}{D(y)} + \sum_{1 < j < k} \frac{D_{ijk}}{D(y)} + \dots + \frac{D_{12\dots m}}{D(y)} \quad (8)$$

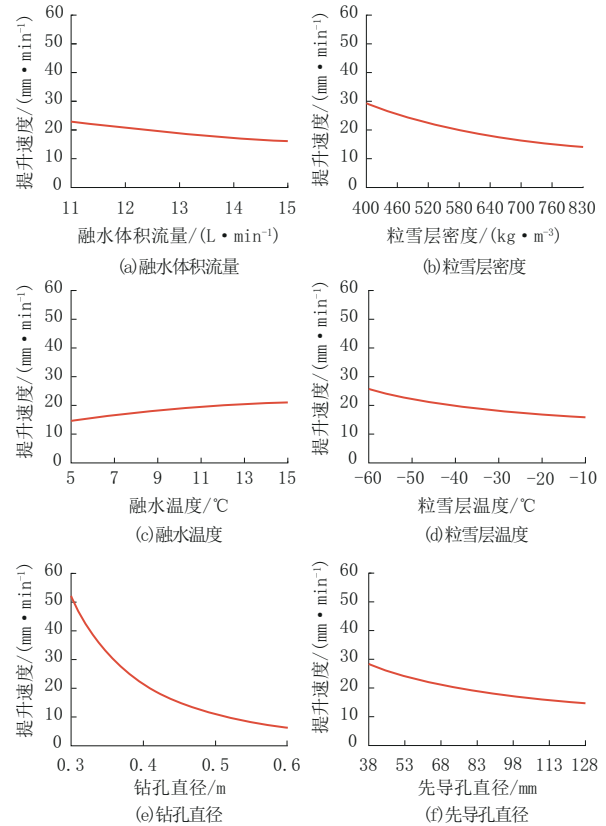


图2 提升速度与不同旋喷参数之间的关系

对于参数 i , 有以下指标:

一阶敏感度: $S_i = D_i / D$

二阶敏感度: $S_{ij} = D_{ij} / D$

总敏感度: $S_{Ti} = 1 - D_{-i} / D$

式中: S_i ——参数 i 作用的敏感度; S_{ij} ——参数 i 和 j 作用的敏感度; S_{Ti} ——参数 i 和其它参数共同作

用的敏感度; D_{-i} 除参数*i*之外其它参数产生的方差。

本节以旋喷提升速度为目标函数,以融水体积流量、粒雪层密度、融水温度、粒雪层温度、钻孔直径和先导孔直径为参数,定量分析模型参数对目标函数的敏感度,其编号参见表1。各参数的一阶敏感度和总敏感度如图3所示。

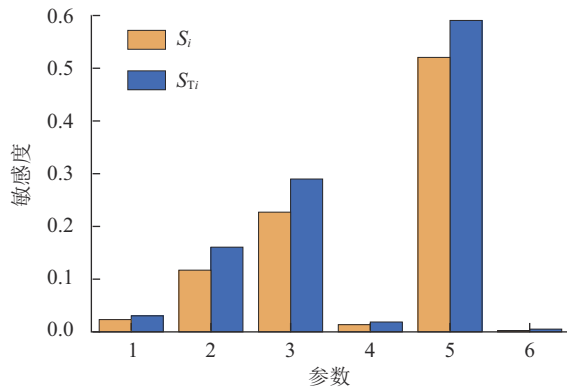


图3 6个参数对旋喷提升速度的一阶敏感度和总敏感度

从图中可以看出,影响旋喷提升速度各参数敏感度从高到低的顺序为:钻孔直径、融水温度、粒雪层密度、融水体积流量、粒雪层温度、先导孔直径。在工程领域,可以认为敏感度 ≥ 0.2 时为敏感参数,因此对于旋喷提升速度,其敏感参数为钻孔直径和融水温度。对比一阶敏感度 S_i 和总敏感度 S_{Ti} 可以看出两者差距较小,说明影响旋喷提升速度的各参数的敏感度主要由自身决定,参数之间的相互作用较弱。

1.2 地表融水温度的影响规律

融水在地表加热后沿注浆管输送至喷嘴处,由于注浆管导热系数较大,融水温度会随着深度的增大快速下降,为保证融水的融化效率,需在注浆管外侧添加保温层,并计算输送期间融水的温度损失,以选择合适的加热温度和保温层厚度。根据Taylor等^[12]的研究,融水在管路中的热量损失为:

$$H = \frac{k\pi d_i l (T_0 - T_b)}{b \ln(T_0/T_b)} \quad (9)$$

式中: k ——总导热系数, $W/(m \cdot K)$; d_i ——注浆管内直径, m ; b ——注浆管与保温层总壁厚, m ; l ——钻进深度, m ; T_0 ——融水加热温度, $^{\circ}C$ 。

设注浆管内径为 r_n ,注浆管外径为 r_w ,即为保温层内径,保温层外径为 r_b 。根据圆筒壁稳定导热规律有^[13]:

$$R_{t1} = \ln \frac{r_w}{r_n} / (2\pi k_1 l) \quad (10)$$

$$R_{t2} = \ln \frac{r_b}{r_w} / (2\pi k_2 l) \quad (11)$$

式中: R_{t1} ——注浆管热阻, K/W ; k_1 ——注浆管导热系数, $W/(m \cdot K)$; R_{t2} ——保温层热阻, K/W ; k_2 ——保温层导热系数, $W/(m \cdot K)$ 。

注浆管与保温层总热阻为:

$$R_t = R_{t1} + R_{t2} = \ln \frac{r_b}{r_n} / (2\pi k l) \quad (12)$$

联立式(10)、(11)和(12)得:

$$k = \frac{k_1 k_2 \ln \frac{r_b}{r_n}}{k_2 \ln \frac{r_w}{r_n} + k_1 \ln \frac{r_b}{r_w}} \quad (13)$$

从热量传输角度得到的热量损失为:

$$H = C_w \rho_w Q_v (T_0 - T_b) \quad (14)$$

$$Q_v = \mu V_m A \quad (15)$$

$$A = \frac{\pi}{4} d_0^2 \quad (16)$$

$$V_m = \varphi_m \sqrt{2g \frac{p}{\gamma_w}} \quad (17)$$

式中: μ ——流量系数,圆锥形喷嘴取0.95; V_m ——喷射流的平均速度, m/s ; A ——喷嘴出口截面积, m^2 ; d_0 ——喷嘴口径, m ; φ_m ——喷嘴流速系数,圆锥形喷嘴取0.97; g ——重力加速度, m/s^2 ; p ——喷嘴入口压力, Pa ; γ_w ——水的重度, N/m^3 。

将式(9)与式(14)联立得:

$$T_0 = T_b e^{\frac{\pi k d_i l}{C_w \rho_w Q_v b}} \quad (18)$$

则沿程的温度损失为:

$$T_0 - T_b = T_b \left(e^{\frac{\pi k d_i l}{C_w \rho_w Q_v b}} - 1 \right) \quad (19)$$

基于上述公式,计算不同参数对沿程温度损失的影响。计算时采用的参数如表2所示。假设射流压力为2~4 MPa,喷嘴口径为2 mm,融水体积流量通过射流压力和喷嘴口径由式(15)、(16)和(17)进行换算,注浆管导热系数为15 $W/(m \cdot K)$,注浆管壁厚为5 mm,通过改变保温层厚度调整总壁厚。

图4展示了沿程温度损失与不同参数之间的关系,从图4中可以看出,沿程温度损失随着融水温度、保温层导热系数、注浆管内直径、钻进深度的增大而增大;随着融水体积流量、注浆管与保温层总

表2 地表融水温度计算时的参数设置

参数序号	参数	融水温度/℃	保温层导热系数/[W·(m·k) ⁻¹]	注浆管内直径/mm	钻进深度/m	融水体积流量/(L·min ⁻¹)	注浆管与保温层总壁厚/mm
1	融水温度	0~20	0.3	20	100	13	13
2	保温层导热系数	10	0.1~0.5	20	100	13	13
3	注浆管内直径	10	0.3	10~30	100	13	13
4	钻进深度	10	0.3	20	0~100	13	13
5	融水体积流量	10	0.3	20	100	9~17	13
6	注浆管与保温层总壁厚	10	0.3	20	100	13	10~15

壁厚的增大而减小。一般来说,在粒雪层厚度不超过100 m的情况下,沿程温度损失在16℃以下。

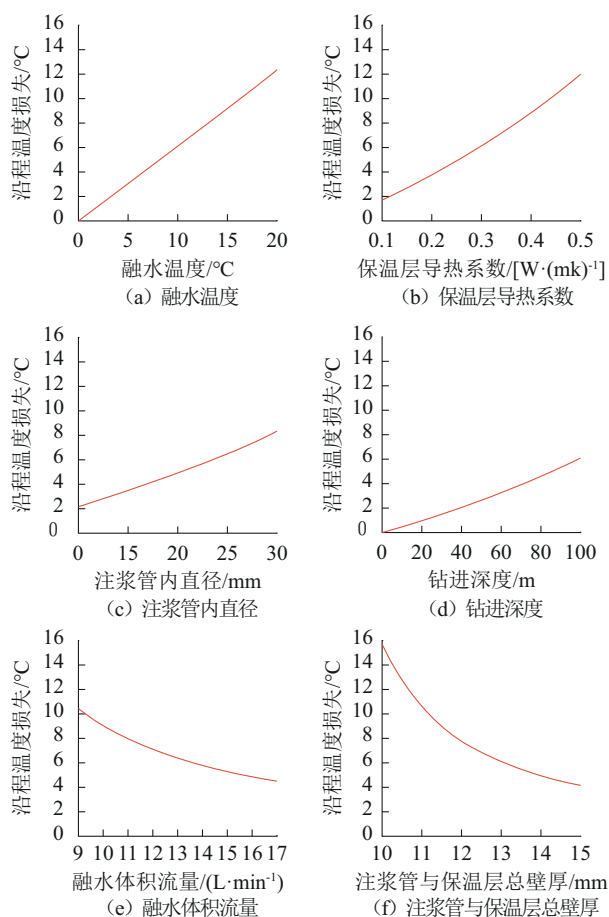


图4 不同参数对温度损失的影响

本节以沿程温度损失为目标函数,以融水温度、保温层导热系数、注浆管内直径、钻进深度、融水体积流量以及注浆管与保温层总壁厚为参数,定量分析模型参数对目标函数的敏感度,各参数编号见表2。各参数的一阶敏感度和总敏感度如图5所示。

从图中可以看出,影响沿程温度损失各参数敏

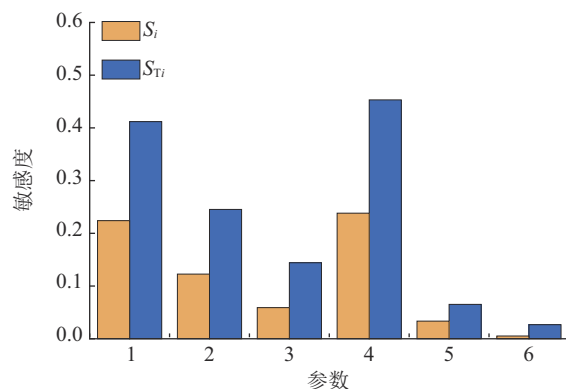


图5 6个参数对沿程温度损失的一阶敏感度和总敏感度

感度从高到低的顺序为:钻进深度、融水温度、保温层导热系数、注浆管内直径、融水体积流量、注浆管与保温层总壁厚。对比一阶敏感度 S_i 和总敏感度 S_{Ti} 可以看出,两者差距较大,说明参数之间相互作用较强,因此采用总敏感度作为判断依据。按前文的判断标准,对于沿程温度损失,敏感参数为钻进深度、融水温度和保温层导热系数。

1.3 冻结成桩时间的影响规律

钻孔的冻结成桩时间是非常重要的工程施工参数。钻孔形成后,在极地粒雪低温环境的影响下,融水的热量会迅速流失传导进入粒雪层中,使得水温逐渐降至冰点,从钻孔外壁逐渐向中心冻结。这一过程中的热量传导过程可以用热量传导控制方程表述^[14]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\rho_i C_i}{k_i} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (20)$$

式中: C_i ——冰的比热容, J/(kg·K); r ——雪层的径向坐标, m; k_i ——冰的热传导系数; ρ_i ——冰的密度, 取 917 kg/m³。

初始条件为:

$$T(r, 0) = T_{\text{snow}} \quad (21)$$

边界条件为:

$$T(r=a, t) = T_w \quad (22)$$

$$T(r=\infty, t) = T_{\text{snow}} \quad (23)$$

式中: T_w ——冰壁界面上的水温, 设为 -1°C ; T_{snow} ——无限远处雪的温度, $^\circ\text{C}$ 。

根据热通量的值等于多孔冰面积为 A 的环形生长产生的潜热通量, 可得到冻结速率公式为^[15]:

$$f = -k_i \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=a} \quad (24)$$

为方便使用 MATLAB 进行计算, 采用式(25)代替式(24), 可得:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{a}{R} \frac{k_i \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=a}}{\varphi \rho_i l_i} \quad (25)$$

该式可变换形式为:

$$R(t - t_s) = \sqrt{a^2 - \frac{2a}{\varphi \rho_i l_i} \int_{t_s}^t f(t') dt'} \quad (26)$$

式中: a ——初始半径, m; f ——进入周围雪层的热通量, $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$; $f(t')$ —— $f(t)$ 的导数; R ——冰与水的交界位置半径, m; t_s ——冰层开始生长的时刻, s; φ ——固体分数, 无量纲, 取 0.5。

对公式(20)进行有限差分计算, 可得:

$$\frac{T_{i-1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r} \frac{T_{i+1}^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{2\Delta r} = \frac{\rho_i C_i}{k_i} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (27)$$

式中: Δr ——半径 r 区域内的网络步长; Δt ——时间区域内的网络步长; $i=0, 1, 2, 3, \dots, N$; $n=0, 1, 2, 3, \dots$ 。

由 $r = i\Delta r$, $R = \frac{k_i}{\rho_i C_i} \frac{\Delta t}{(\Delta r)^2}$, 代入原式后可得:

$$-(2i-1)RT_{i-1}^{n+1} + (2iR+1)T_i^{n+1} - (2i-1)RT_{i+1}^{n+1} = T_i^n \quad (28)$$

使用 MATLAB 的 pdepe 函数进行辅助计算, 得到的结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出, 钻孔半径的变化速度随时间先减小后增大。保持相同半径条件下, 冻结时间随温度的升高而减小。保持相同温度条件下, 冻结时间随半径的增大而增大, 但相对而言不同曲线的变化趋势比较类似, 可见影响曲线形状的主要因素是温度。在 -15°C 条件下, 直径 60 cm 的钻孔完全冻结所需要的时间为 55 h 左右。

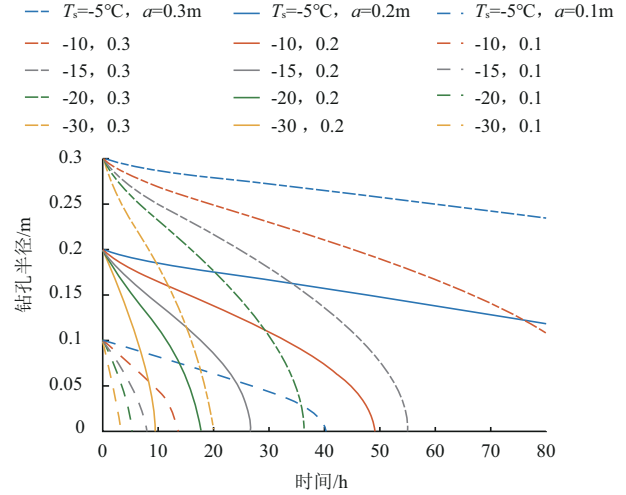


图 6 不同初始钻孔半径和雪层温度条件下的钻孔半径随时间的变化

1.4 旋喷成桩所需水量的影响规律

在粒雪层中进行融水旋喷时, 融水在融化射流侵蚀范围内的雪层时, 还会在富有孔隙的粒雪层中渗透, 造成一定的水量损失, 同时, 由于粒雪层的密度会随着深度变化, 孔隙度也会变化, 因而融水的渗透量也会随着深度变化, 一般认为粒雪层密度达到 830 kg/m^3 时孔隙关闭, 不再发生渗透作用^[16]。模型计算取自地表至密度达到 830 kg/m^3 的具有渗透作用的部分。另外, 随着粒雪层密度的增大, 其力学性质也会随之发生改变, 因此只有根据雪层密度的变化不断调整射流速度, 才能使得桩体直径始终保持一致。

南极粒雪层的密度随深度变化的表达式为^[1]:

$$\rho_z = \rho_i - (\rho_i - \rho_0) e^{\frac{-z}{z_p}} \quad (29)$$

式中: ρ_0 ——表层雪密度, kg/m^3 ; z ——粒雪层深度, m; z_p ——粒雪层的特征深度, 在不同地点的取值不同, m。

z_p 在南极不同地点的取值范围大致在 32~68 之间。 ρ_i 取 917 kg/m^3 , 南极大陆内部的表层粒雪层密度 ρ_0 在 $300 \sim 350 \text{ kg/m}^3$ 之间, 在大陆边缘地区则在 $380 \sim 430 \text{ kg/m}^3$ 之间^[16]。

设冻结后桩体的直径为 r_1 , 旋喷钻孔直径为 r_2 , 冻结过程中会发生体积膨胀, 假设水柱和桩体的长度一致, 则 $r_2 = r_1 \rho_i^{0.5}$, 渗透半径为 R_e , 空气钻进小孔直径为 r_3 ; 设雪层中可以发生侧向渗透的极限深度为 H , 旋喷使用的水量为 V_1 , 渗透进粒雪层的水量为 V_2 。

冻结后桩体的质量为:

$$m_i = \rho_i \pi r_i^2 H \quad (30)$$

融化的雪的质量为:

$$m_s = \rho_s \pi (r_2^2 - r_3^2) H \quad (31)$$

旋喷过程中的质量守恒为:

$$m_i + m_{ws} = m_w + m_s \quad (32)$$

式中: m_i ——旋喷完成重新冻结后桩体的质量, kg; m_{ws} ——旋喷时渗透损失的水的质量, kg; m_w ——使用的水的质量, kg; m_s ——融化的雪的质量, kg。

即:

$$\rho_i \pi r_i^2 H + \rho_w V_2 = \rho_w V_1 + \rho_s \pi (r_2^2 - r_3^2) H \quad (33)$$

渗透进粒雪层的水量包括侧向在射流压力作用下的渗透和底部在重力作用下的渗透。

$$V_2 = PS\pi(R_e^2 - r_2^2)H + PS\pi r_2^2 L_v \quad (34)$$

$$R_e = r_2 + L_h \quad (35)$$

式中: P ——孔隙度; S ——水饱和度; R_e ——渗透极限半径, m; L_h ——水平方向渗透距离, m; L_v ——垂直方向渗透距离, m。

桩体长度为密度达到 830 kg/m^3 时的深度减水在重力作用下沿垂直方向的渗透距离, 为得到桩体长度, 需对该渗透距离进行计算, 其表达式为^[17]:

$$L_v = \frac{1}{\alpha_s} \left(\theta^{\frac{-1}{m}} - 1 \right)^{\frac{1}{n}} \quad (36)$$

式中: α_s 和 n ——用于估计该式的参数, 是粒径的函数; $m = 1 - 1/n$ ($0 < m < 1$); θ ——含水率, 取 5% 。

$$\alpha_s = 7.3d_s + 1.9 \quad (37)$$

式中: d_s ——雪的粒径, mm。

$$n = 15.68e^{-0.46d_s} + 1 \quad (38)$$

在渗透时, 融水不会将所有孔隙填充, 因此存在有效水饱和度的概念, 用于计算水在孔隙当中的填充情况, 其表达式为^[18]:

$$S = \left[\frac{1}{1 + (\alpha_s L_v)^n} \right]^m = \theta \quad (39)$$

孔隙度的表达式为^[19]:

$$P = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_i} = \frac{517e^{\frac{-z}{61}}}{917} \quad (40)$$

侧向渗透是在射流的侵蚀和重力共同作用下产生的, 由于孔隙分布并不均匀, 渗透时流体会迂回曲折地渗透。在多孔介质中, 迂曲度会对渗透产生非常重要的影响, 因此在计算渗透填充时需将其考虑在内^[20]。对于雪这类多孔介质, 迂曲度可通过

下式进行定义^[21]:

$$\xi = 1 - \gamma \left(1 - \frac{1}{P} \right) \quad (41)$$

式中: γ ——取决于颗粒几何形状的形状因子, 对于理想球状雪粒取 0.5 。

想要使得旋喷过程中保持直径不变, 需要根据粒雪层密度变化时刻调整喷射速度, 为此, 需要计算喷射速度与射流极限侵蚀深度之间的关系, 这一关系可以通过射流速度衰减规律进行推导^[22]。

在高压水射流的半截面上, 有以下方程:

$$\rho_w v_0^2 \frac{d_0}{2} = \int_0^b \rho_w v_x^2 dy \quad (42)$$

式中: b ——水射流的半宽度, $b = 0.114x$ ^[23]; v_x ——射流在这一点(x, y)处的速度; x ——所选点与喷嘴之间的距离; y ——所选点与喷射轴之间的距离。

对上式进行变量替换, 用无量纲数 λ 代替 y , 并将方程两侧同除以 v_m^2 , 可得:

$$\rho_w \frac{v_0^2}{v_m^2} \frac{d_0}{2} = \int_0^1 b \rho_w \frac{v_x^2}{v_m^2} d\lambda \quad (43)$$

$$\frac{v_x}{v_m} = f(\lambda) = (1 - \lambda^{1.5})^2 \quad (44)$$

式中: v_m —— x 的轴向速度。

将式(44)代入式(43)可得到射流的衰减公式:

$$\frac{v_m}{v_0} = 5.272 \sqrt{\frac{d_0}{2x}} \quad (45)$$

射流能够进行侵蚀的最小临界破坏速度为^[24]:

$$v_L = v_m = \eta_L \sqrt{\frac{q_u}{P_{\text{atm}}}} \quad (46)$$

式中: η_L ——特征速度, m/s; P_{atm} ——大气压, kPa; q_u ——无侧限抗压强度, kPa。

无侧限抗压强度为^[25]:

$$q_u = 1418(\rho_s - 0.39) \quad (47)$$

式中: q_u ——无侧限抗压强度, dyne/cm²; ρ_s ——雪的密度, g/cm³。

将式(46)代入式(45)得:

$$x = r_2 - r_4 = 13.897 \frac{P_{\text{atm}} d_0 v_0^2}{q_u \eta_L^2} \quad (48)$$

成桩过程中各变量之间的关系如图7所示。

假设喷嘴口径 2 mm 、根据资料得特征速度在粒雪层粒度均匀的情况下取 6 ^[24], 可得到在保持密度不变条件下射流速度与侵蚀半径之间的关系如图8所示。从图8中可以看出, 保持粒雪层密度不

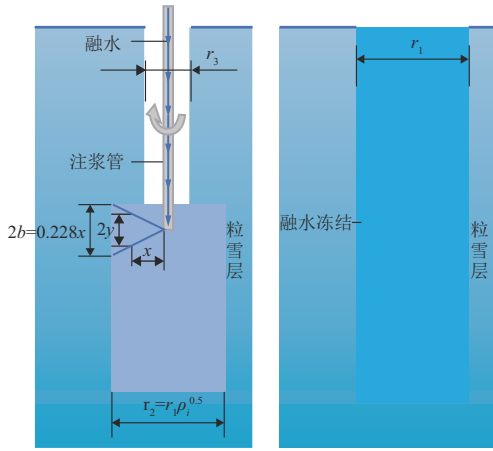


图7 成桩过程各变量之间的关系

变的条件下,射流喷射速度随侵蚀半径的增大而增大,且增大速度逐渐减慢。保持侵蚀半径不变的条件下,喷射速度需随着密度的增大而增大,在侵蚀半径较小时,密度的差距对喷射速度的影响较小,随着侵蚀半径的增大,该差距逐渐增大。

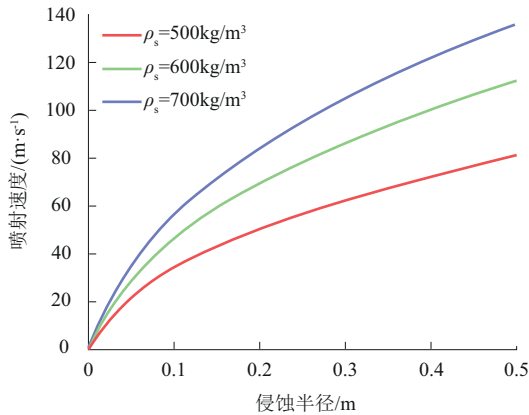


图8 射流速度与侵蚀半径的关系

射流边缘处已不再能够进行切割搅拌,但仍可对周围粒雪产生挤压力,使周围粒雪变得更为密实,力学性质改善,渗透性降低。桩周挤压应力的计算通常基于连续介质圆孔扩张理论的轴对称弹塑性理论解,即按计算所得的弹性变形区、塑性变形区的分界面处的桩体径向应力作为桩周径向挤压应力^[26]。Vesic^[27]在Bishop、Gibson等研究的基础上将孔周围的塑性区域体积变化影响考虑在内,提出了遵循Mohr-Coulomb准则的理想圆筒形孔扩张的桩周径向挤压应力计算,圆筒形孔扩张计算模型如图9所示。

在图9中, \$\sigma_0\$ 为初始平均法向应力, \$\sigma_p\$ 为塑性区

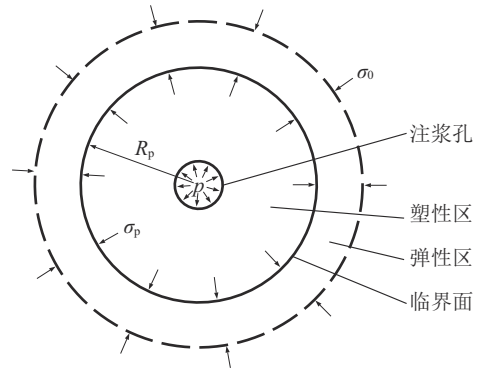


图9 圆筒形孔扩张计算模型

对弹性区的挤压应力, \$R_p\$ 为塑性区半径, \$p\$ 为喷射压力。根据圆孔扩张理论,塑性区对弹性区的挤压应力的计算方法为^[27-29]:

$$\sigma_p = (cF_c + \sigma_0 F_q + c \cot \phi) \left(\sqrt{I_r \sec \phi} \right)^{\frac{2 \sin \phi}{1 + \sin \phi}} - c \cot \phi \quad (49)$$

$$F_q = (1 + \sin \phi) \left(I_r \sec \phi \right)^{\frac{\sin \phi}{1 + \sin \phi}} \quad (50)$$

$$F_c = (F_q - 1) \cot \phi \quad (51)$$

$$I_r = \frac{I_r}{1 + I_r \Delta \sec \phi} \quad (52)$$

$$I_r = \frac{E}{2(1 + \nu)(c + \sigma_0 \tan \phi)} \quad (53)$$

$$\sigma_0 = \frac{\nu}{1 - \nu} \rho_s g H \quad (54)$$

$$\phi = -13.24 \ln \rho_s + 117.69 \quad (55)$$

$$E = \begin{cases} e^{6.8 + 6.35 \rho_s}, & 0.25 < \rho_s < 0.5 \\ (16.4 \rho_s - 7.25) 10^{10}, & 0.5 < \rho_s < 0.9 \end{cases} \quad (56)$$

式中: \$E\$——杨氏模量, kPa; \$\nu\$——泊松比; \$I_r\$——刚度指标; \$I_{rr}\$——简化后的刚度指标; \$c\$——黏聚力, kPa; \$\delta\$——雪体平均体积应变; \$F_c\$、\$F_q\$——圆孔扩张相关系数; \$\phi\$——内摩擦角。

假设雪颗粒在受压时的体应变为零,则有:

$$I_r = I_{rr} \quad (57)$$

在射流作用下侧向渗透的极限半径 \$R_e\$ 为塑性区半径 \$R_p\$ 的函数。首先从施加总能量的角度出发,按照平均值对塑性区半径 \$R_p\$ 进行计算^[30]:

$$R_p = \alpha_p \sqrt{\frac{E_i}{E}} \quad (58)$$

$$E_i = \beta_{re} E_{\text{pump}} = \beta_{re} \frac{p Q_v}{v_t} \quad (59)$$

式中: E_i ——旋喷注入粒雪层的能量(单位长度),其与喷射压力、流量以及提升速度等因素有关, MJ/m ; α_p ——修正系数,取1; β_{re} ——能量损耗的折减系数,一般取0.8; p ——喷射压力, MPa ; v_i ——提升速度, cm/min 。

极限渗透半径的公式为^[20]:

$$R_e = R_p \sqrt{\frac{C + \sqrt{C^2 - 4}}{2}} \quad (60)$$

$$C = \frac{\pi^2 P^2 t (\sigma_p - \sigma_0)}{3\mu_w} \left(\frac{3}{\sqrt{\xi}} - 1 \right)^2 + 2 \quad (61)$$

式中: μ_w ——水的动力黏度; ξ ——迂曲度。

通过以上公式得到的渗透距离与密度的关系如图10所示。从图10中可以看出,渗透距离随着密度的增大逐渐减小,并在密度达到 $830 \text{ kg}/\text{m}^3$ 时降为零左右,渗透距离的减小速度随着密度的增大而减小。在密度较小时,射流速度的差距对渗透距离的影响较大。随着密度的增大,该差距逐渐减小,直至渗透距离降为零。

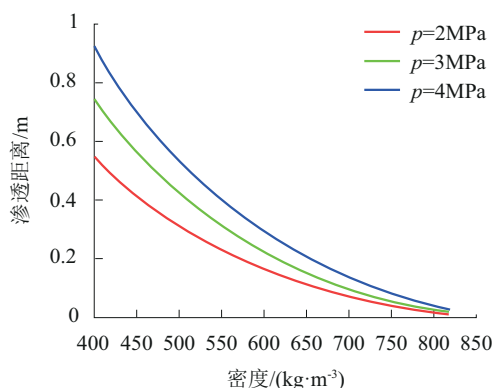


图10 渗透距离与粒雪密度的关系

由以上各式可计算得到成桩所需水量与粒雪特征深度、成桩直径、表面粒雪密度以及粒雪层深度之间的关系如图11所示。从图中可以看出,成桩所需水量随着粒雪特征深度、成桩直径、粒雪层深度的增大而增大;随着表面粒雪密度的增大而略有减小。整体来看,成桩直径和粒雪层深度是影响成桩所需水量的主要因素。一般来说,旋喷成桩所需水量不会超过 16 m^3 。

2 极地粒雪层融水旋喷成桩试验研究

本节对融水旋喷成桩方法进行试验研究,监测冻结过程的温度变化、测量旋喷后桩体直径,观测

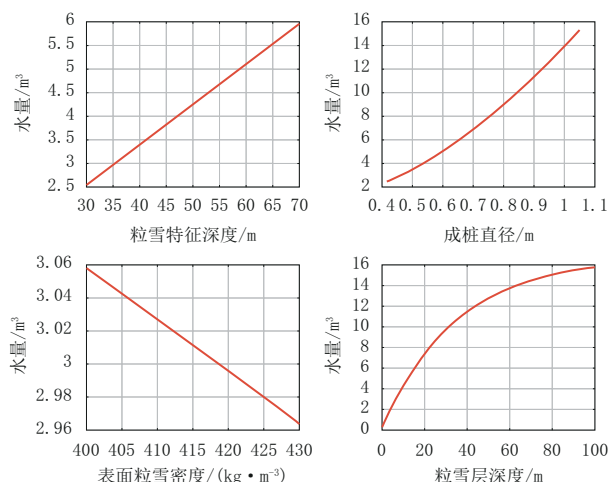


图11 不同因素对成桩所需水量的影响

桩体形状,验证该方法的可行性。

2.1 雪样和水样的制备

本文在制备雪样时采用人造雪与自然收集雪相结合的方式,将得到的雪样置于 $-10 \sim -15 \text{ }^\circ\text{C}$ 的恒温低温集装箱中进行保存,保证环境温度对雪样的影响最小。

基于实验室所在地长春市冬季气温低,自然降雪多的特点,收集天然雪样并使用 1.25 mm 筛网筛分去除杂质。实验室造雪采用收集冰井中钻取的冰屑的方式,在使用前同样需要对其进行筛分。

试验实施过程中需要控制雪样密度。试验前在有机玻璃桶外表面每间隔 0.1 m 进行标高划分刻度,填充高度定为 0.4 m 。填充雪样采取分层压实的方式进行,填充时计算单层体积并根据密度进行称量,再使用带有夯板的电动夯地机进行辅助压实。夯地机型号1988,额定功率 1900 W ,夯板大小 $15 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ 。

由于粒雪材料遇高温融化,水温会对试验结果产生较大影响,因此采用冷水进行试验。试验前将水桶置于低温环境,待水桶表层结冰时即判定水桶内水温为低温水,不再考虑热融的影响。

2.2 融水旋喷成桩试验装置

本试验不以环境温度作为变量,统一将低温集装箱温度设置为 $-15 \text{ }^\circ\text{C}$ 。融水旋喷成桩试验装置的工作原理如图12所示,试验时,水样由注浆泵泵出,经低温胶管进入台式水钻机及注浆管,从注浆管底部的喷嘴中喷出接触粒雪。喷射开始时,使用台式水钻机带动注浆管以一定速度旋转,并以一定

速度提升,直至达到粒雪样品表面完成旋喷过程。

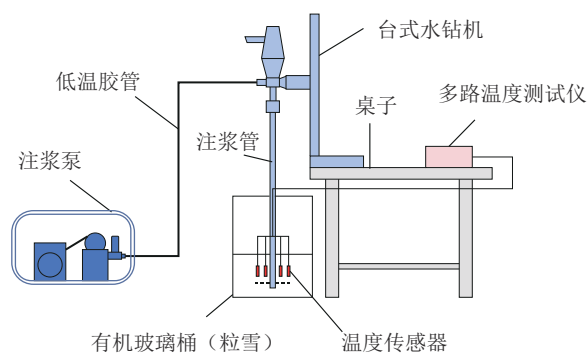


图12 试验装置原理

如图13所示,融水旋喷成桩试验装置主要包括水桶、注浆泵、高压软管、桌子、台式水钻机、可控硅电子调压器、注浆管、有机玻璃桶、温度传感器及多路温度测试仪。本次试验使用配有无极调节压力表,压力可调至4 MPa的注浆泵。高压软管由塑胶材料制成,可满足试验压力需求。台式水钻机主要功能有二:一是作为转动提升系统,带动注浆管完成旋转和提升操作,二是连接注浆泵泵出的融水与注浆管。水钻机型号为DM-168,额定功率为2200 W,转速最大1700 r/min。在实际使用时,配合可控硅电子调压器控制转速。水钻机固定在钻机支架上,支架带有升降体,通过操作杆控制升降速度。钻机输出轴螺纹与注浆管顶部连接。注浆管采用 $\varnothing 30 \text{ mm} \times 1150 \text{ mm}$ 的不锈钢,底部焊接平底,在靠近底面处侧向开一螺纹孔连接雾化喷嘴,喷嘴直径为2 mm。有机玻璃桶透明,其直径为0.8 m,高度为1 m。温度传感器采用PT100型,量程为 $-50 \sim 200 \text{ }^{\circ}\text{C}$,精度为 $0.01 \text{ }^{\circ}\text{C}$ 。温度传感器连接多路温度测试仪,测试仪型号JK5000,含64路通道,可连续实时记录温度数据并通过U盘导出。

2.3 融水旋喷成桩试验过程

试验装置中不包含钻进装置,需要人工方法取出雪样成孔。粒雪材料的黏聚力较大,在 $25 \sim 30 \text{ kPa}$ 左右^[31],可使用洛阳铲作为取雪工具。试验时将注浆管伸至喷嘴位于雪体表面下0.4 m处,启动水钻机调整转速至稳定后启动注浆泵调整压力,一边旋转喷射一边通过操作杆提升水钻机,注浆管提升0.4 m后结束试验。

每组试验结束后,需拆卸所有有融水通过的设

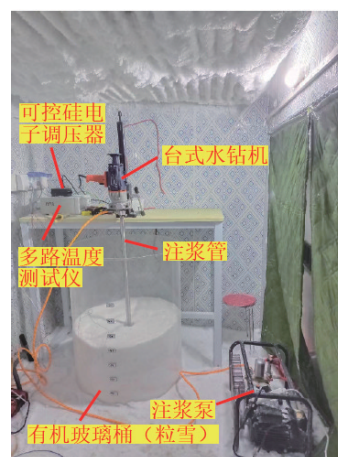


图13 试验装置实物

冻结。然后在样品中心架设两组相互垂直间距1 cm的PT100型温度传感器,开启多路温度测试仪记录温度变化。融水完全冻结后,将未被浸湿的雪清理出桶。观测桩体的形状,测量桩体直径。

在本试验中,设定雪样密度 500 kg/m^3 ,射流压力2 MPa,尽量避免射流影响范围大于有机玻璃桶直径对结果分析造成影响。在旋喷过程中,注浆管的提升速度为 20 cm/min ,旋转速度为 20 r/min 。

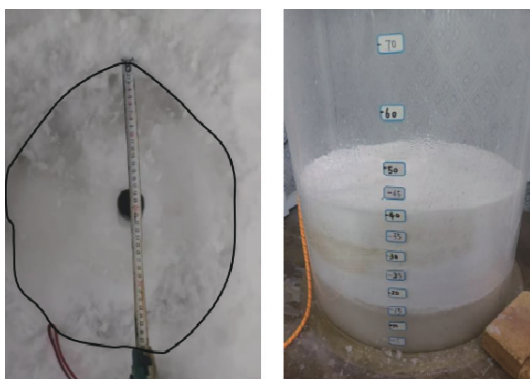
2.4 融水旋喷成桩试验结果

2.4.1 融水对粒雪的渗透特征

在旋喷过程中,粒雪被浸湿,浸湿粒雪的范围从上部看大致呈圆形,如图14(a)所示。从侧面看,其在底部0.15 m范围内的渗透达到桶壁,如图14(b)所示。完全冻结后挖开松散粒雪,可见冰层的表面位于 $0.15 \sim 0.2 \text{ m}$ 之间,呈倾斜状,倾斜角度在 $10 \sim 20^{\circ}$ 之间,越靠近中心倾斜角度越大。出现倾斜的原因因为融水在重力作用下向下渗透,导致下方融水的渗透范围增大。融水在向四周扩散的过程中受到桶壁范围限制,在底部形成与有机玻璃桶形态一致的渗透范围,最终形成上方近圆台形下方圆柱形的渗透体。

2.4.2 成桩过程温度变化特征

无纸记录仪采集的成桩过程温度变化曲线如图15所示。从图中可以看出,整个温度变化过程可以分为四个阶段。第一阶段:在旋喷过程刚刚完成的 t_0 时刻,湿雪的温度在零度左右,随后在约10 h内快速下降,下降速度基本不变,与传感器位置无明显关联;第二阶段:曲线在 t_1 时刻出现拐点后进入约25 h的波动区间,整体上略低于 $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$,出现该现象的



(a) 顶面渗透

(b) 侧面渗透

图14 融水对粒雪的渗透

原因可能与人员进出实验室有关;第三阶段:从 t_2 时刻开始,曲线的变化趋势逐渐趋于一致,温度再次快速下降,且下降速度要大于第一阶段,该过程即渗透进粒雪中融水的冻结过程,共持续了约10 h;第四阶段:从 t_3 时刻开始,温度的下降趋势逐渐趋于平缓,最终稳定在环境温度上下,该过程持续了约15 h,从 t_4 时刻开始温度基本恒定。总的来看,冻结成桩需要的时间约为60 h。

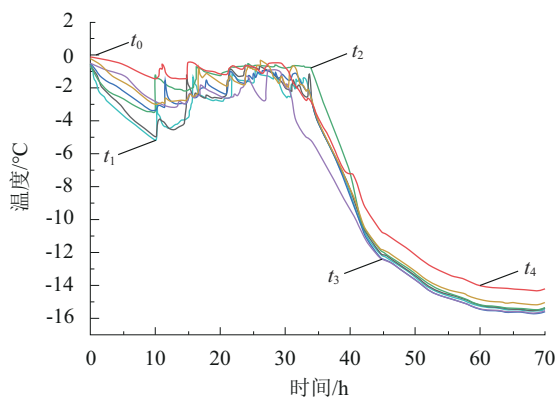


图15 成桩过程温度变化

2.4.3 冻结桩体直径

在冻结成桩后,将筛网扣在桩体顶部对桩体形状进行描绘,再对直径进行测量。测量时以温度传感器两支架的交汇处作为中心,按顺时针方向每隔 30° 画一条向外的线条,共绘制12条线(图16)。绘制完成后对线的长度进行测量,12组半径的平均值即为顶面半径,测量结果见表3。

从结果上看,融水旋喷成桩试验确实形成了桩体,但并未像初始设计中一样将粒雪融化形成融孔之后再冻结形成桩体。从渗透距离的角度来看,可

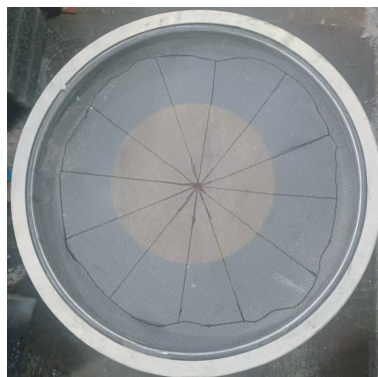


图16 桩体直径测量

表3 桩径测量数据

角度/ $^\circ$	桩体半径/m	角度/ $^\circ$	桩体半径/m
0	0.248	180	0.231
30	0.228	210	0.225
60	0.255	240	0.236
90	0.242	270	0.240
120	0.232	300	0.239
150	0.244	330	0.242

将试验得到的成桩半径与理论计算的渗透距离结果进行比对,渗透距离在该试验条件下的理论值为0.313 m,实际测量成桩半径值为0.2385 m,两者相差31.2%,实际测量值偏小的原因可能与有机玻璃桶内的尺度效应与边界效应有关。桩体底部直径相对较大,直径约为0.57 m。

3 结论

本文通过理论计算和小尺度模型试验研究,对极地粒雪层融水旋喷成桩的可行性进行了研究,得到的主要结论如下:

(1)注浆管的提升速度随融水体积流量、粒雪层密度、粒雪层温度、钻孔直径、先导孔直径的增大而减小,但却随着融水温度的增大而增大。经由敏感度分析得出提升速度的敏感参数为融水温度和钻孔直径。为了在粒雪层中得到40 cm的融孔,注浆管的提升速度建议为15~30 mm/min。

(2)沿程温度损失随融水温度、保温层导热系数、注浆管内直径、钻进深度的增大而增大,随融水体积流量、注浆管与保温层总壁厚的增大而减小。经由敏感度分析得出沿程温度损失的敏感参数为融水温度、钻进深度和保温层导热系数。当粒雪层

厚度 ≥ 100 m时,温度损失大致在 16°C 以下。

(3)冻结成桩时间主要由周围粒雪的温度和钻孔直径决定。冻结所需时间随着粒雪层温度的升高和钻孔半径的增大而增大。试验表明,在 -15°C 的条件下,冻结成桩的时间约为60 h。

(4)融水渗透距离随着密度的增大而减小,随着射流压力的增大而增大。成桩所需水量随着粒雪特征深度、成桩直径以及粒雪层深度的增大而增大,随着表面粒雪密度的增大而减小。总的来看,粒雪层旋喷成桩所需的水量不会超过 16 m^3 。

(5)小尺度模型试验表明,融水旋喷再冻结的方法可以形成桩体。本试验形成的桩体直径下大上小,上部直径约为 0.477 m ,下部约为 0.57 m 。

总的来看,在极地通过融水旋喷成桩方法加固粒雪层从原理上是可行的,但使用该方法时,需要在钻探设备之外,额外准备融雪装置、注浆管、水管等设备,在现场储备大量的融水,并等待较长的时间,其经济成本和时间成本均较大。

参考文献:

- [1] Cuffey K M, Paterson W S B. The Physics of Glaciers [M]. Amsterdam: Academic Press, 2010.
- [2] Whelsky A N, Albert M R. Firn permeability impacts on pressure loss associated with rapid air movement drilling [J]. Cold Regions Science and Technology, 2016, 123: 149–154.
- [3] Cao P, Liu M, Chen Z, et al. Theory calculation and testing of air injection parameters in ice core drilling with air reverse circulation [J]. Polar Science, 2018, 17: 23–32.
- [4] Kuhl T, Gibson C, Johnson J, et al. Agile sub-ice geological (ASIG) drill development and Pirrit Hills field project [J]. Annals of Glaciology, 2021, 62(84): 53–66.
- [5] Boeckmann G V, Gibson C J, Kuhl T W, et al. Adaptation of the Winkie Drill for subglacial bedrock sampling [J]. Annals of Glaciology, 2021, 62(84): 109–117.
- [6] Goode J W, Severinghaus J P, Johnson J, et al. Deep ice drilling, bedrock coring and dust logging with the Rapid Access Ice Drill (RAID) at Minna Bluff, Antarctica [J]. Annals of Glaciology, 2021, 62(85–86): 324–339.
- [7] Schwander J, Stocker T F, Walther R, et al. Progress of the RADIX (Rapid Access Drilling and Ice extraction) fast-access drilling system [J]. The Cryosphere, 2023, 17(3): 1151–1164.
- [8] Talalay P G. Perspectives for development of ice-core drilling technology: A discussion [J]. Annals of Glaciology, 2014, 55(68): 339–350.
- [9] Talalay P, Hu Z, Xu H, et al. Environmental considerations of low-temperature drilling fluids [J]. Annals of Glaciology, 2014, 55(65): 31–40.
- [10] 李亚洲, 孙友宏, 冶宇霆, 等. 冰层热融钻具倾斜原因及防/纠斜方法浅析 [J]. 钻探工程, 2023, 50(3): 8–20.
- [11] 刘刚. 热水钻融冰过程及钻进系统研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2019.
- [12] Taylor P L. Hot water drill for temperate ice [C]//Ice Drilling Technology, Proceedings of the Second International Workshop/Symposium, 1984: 105–117.
- [13] 陈礼. 流体力学与热工基础(第二版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2012: 132–133.
- [14] Humphrey N, Echelemyer K. Hot-water drilling and borehole closure in cold ice [J]. Journal of Glaciology, 1990, 36(124): 287–298.
- [15] Hughes K G, Langhorne P J, Williams M J M. Estimates of the refreezing rate in an ice-shelf borehole. Journal of Glaciology, 2013, 59(217): 938–948.
- [16] 杜宗亮. 南极冰盖表面信息遥感监测及粒雪层密度模型研究 [D]. 北京: 中国科学院大学, 2015.
- [17] Hirashima H, Yamaguchi S, Sato A, et al. Numerical modeling of liquid water movement through layered snow based on new measurements of the water retention curve [J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, 64(2): 94–103.
- [18] Yamaguchi S, Watanabe K, Katsushima T, et al. Dependence of the water retention curve of snow on snow characteristics [J]. Annals of Glaciology, 2012, 53(61): 6–12.
- [19] Mellor M. Engineering properties of snow [J]. Journal of Glaciology, 1977, 19(81): 15–66.
- [20] 陈壮. 隧道浅埋段软弱围岩地表高压旋喷桩加固机理及设计方法 [D]. 成都: 西南交通大学, 2021.
- [21] Kinar N J, Pomeroy J W. Determining snow water equivalent by acoustic sounding [J]. Hydrological Processes: An International Journal, 2007, 21(19): 2623–2640.
- [22] Zhang Y, Zou Q. A prediction model for the slot depth of high pressure water jet [J]. Results in Physics, 2018, 11: 1105–1109.
- [23] 王凯. 富水砂层高压旋喷成桩机理及工程应用研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2022.
- [24] Dabbagh A A, González A S, Peña A S. Soil erosion by a continuous water jet [J]. Soils and foundations, 2002, 42(5): 1–13.
- [25] Butkovich T R. Strength studies of high-density snows [J]. Eos, Transactions American Geophysical Union, 1958, 39(2): 305–312.
- [26] 邓开鸿. 高压旋喷桩的成桩机理和挤土效应研究 [D]. 广州: 华南理工大学, 2012.
- [27] Vesić A S. Expansion of cavities in infinite soil mass [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1972, 98(3): 265–290.
- [28] Aggarwal R K. New experimental investigation into the angle of repose of snow [J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2022, 36(2). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CR.1943-5495.0000276](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CR.1943-5495.0000276).
- [29] Nakaya U, Kuroiwa D. Physical properties and internal structure of Greenland snow [J]. Physics of Snow and Ice: Proceedings, 1967, 1(2): 953–971.
- [30] 王志丰, 沈水龙. 单根水平旋喷桩施工引起周围土体变形的实用计算方法研究 [J]. 工程力学, 2017, 34(5): 78–83, 104.
- [31] Mohit Nitin Shenvi, SanduCorina, UntaroiuCostin. Review of compressed snow mechanics: Testing methods [J]. Journal of Terramechanics, 2022, 100: 25–37.

(编辑 王文)