井眼轨道的软着陆设计模型的改进解法

赵明君
(中国石油长城钻探工程公司工程技术部辽河分部,辽宁 盘锦 124010)

摘 要:井眼轨道的软着陆设计模型的求解可以归结为一个七元非线性方程组的求解问题。前人给出了数值迭代求解算法,然而并没有证明该迭代算法的收敛性,并且该算法是否收敛严重依赖于用户给出的迭代初始值。通过一系列的消元、化简的数学技巧,将七元非线性方程组化简为一元多项式方程,并在此基础上给出了软着陆设计模型的一个新算法。理论分析和实际算例表明,新算法的主要计算工作量是求多项式方程的非负实数根,其他未知数与实数根是简单的函数关系,计算量很小。新算法克服了迭代算法的初值依赖性以及迭代过程可能发散等缺陷,并且在设计模型有多个解的情况下,可以同时求出这些解。

关键词:软着陆;井眼轨道;钻井设计;多项式
中图分类号:TE243 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-7428(2010)05-0010-04

Improved Solution to Design Model of Soft Landing in Borehole Trajectory/*ZHAO Ming-jun* (Liaohe Branch of Engineering & Technology Research Institute, Great Wall Drilling Corporation, PetroChina, Panjin Liaoning 124010, China)

Abstract: The solution for design model of soft landing in borehole trajectory can come down to the solution with 7-element nonlinear equations. The algorithm convergence of known numerical iterative algorithm has not been proved, and the convergence of this iterative algorithm severely depends on initial iteration value from the user. 7-element nonlinear equations are simplified to be one-variable polynomial equation by element elimination and simplification; and based on which, a new algorithm for design model of soft landing was developed. Theoretical analysis and practical calculation examples show that the new algorithm is mainly for the calculation of nonnegative real roots of polynomial equation, and calculation of functional relationship between other unknown number and real root is very less. The new algorithm overcomes the dependence on the initial value and probable iterative process divergence, and can get the solutions at the same time when there are several design model solutions.

Key words: soft landing; borehole trajectory; drilling design; polynomial equation

刘修善等[1]将井眼轨道进入水平井靶体的过程类比于飞机降落着陆过程,提出了井眼轨道的软着陆设计模型,其宗旨是对入靶方向进行限制。在水平井设计中,入靶方向需与靶体轴线方向相一致(简单的长方体靶的情况下)。在进行修正轨道设计时,为了给后续的施工创造有利条件,如果其靶点不是最终目标点,而是原设计轨道上的某个中间点,也必须限定合理的入靶方向。文献[1]使用“圆弧段-直线段-圆弧段”实现了上述软着陆模型,并提出了一种迭代算法进行设计模型的数值求解。然而,文献[1]并没有讨论该迭代算法的收敛性,算法是否收敛、收敛速度怎样、收敛约束条件是什么等问题都没有解决。

本文使用“消元-化简-多项式方程求根”的方法给出了软着陆设计模型求解的一个全新算法。

约定:除非特别指明,文中具有长度量纲的变量的物理单位均为 m,角度变量的物理单位均为 rad。

1 数学模型

沿用文献[1]中的数学符号。井眼轨道有圆弧段 AB、直线段 BC、圆弧段 CT 构成(见图 1)。

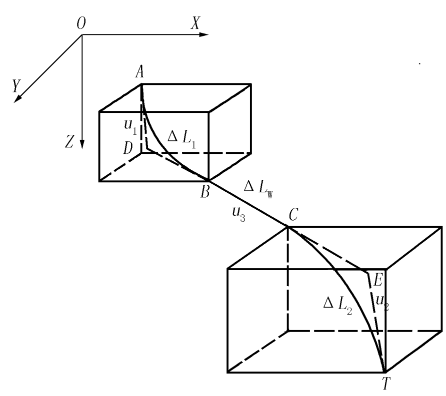

图 1 软着陆轨道的数学模型

收稿日期:2010-01-16; **修回日期**:2010-04-08

作者简介:赵明君(1963-),男(汉族),辽宁本溪人,中国石油长城钻探工程公司工程技术部辽河分部工程师,石油工程专业,从事石油钻井领域技术服务和管理工作,辽宁省盘锦市兴隆台区。

过始点 A 和末点 T 分别作圆弧的切线,交稳斜段的延长线与 D 点和 E 点。若线段 AD、DE 和 ET 的长度分别用 u_1、u_W、u_2 来表示,则井眼轨道设计问题满足下面的几个方程:

$$u_1\sin\alpha_A\cos\varphi_A+u_W\sin\alpha_W\cos\varphi_W+u_2\sin\alpha_T\cos\varphi_T=\Delta X_{A,T} \tag{1}$$

$$u_1\sin\alpha_A\sin\varphi_A+u_W\sin\alpha_W\sin\varphi_W+u_2\sin\alpha_T\sin\varphi_T=\Delta Y_{A,T} \tag{2}$$

$$u_1\cos\alpha_A+u_W\cos\alpha_W+u_2\cos\alpha_T=\Delta Z_{A,T} \tag{3}$$

式中:α_A、φ_A——分别为始点 A 的井斜角和方位角;α_W、φ_W——分别为稳斜段的井斜角和方位角;α_T、φ_T——分别为末点 T 的井斜角和方位角;$\Delta X_{A,T}$、$\Delta Y_{A,T}$、$\Delta Z_{A,T}$——分别为始末点间的北坐标增量、东坐标增量和垂深增量。

另外,两个圆弧段所对应的圆心角 θ_1 和 θ_2 分别满足:

$$\cos\theta_1=\cos\alpha_A\cos\alpha_W+\sin\alpha_A\sin\alpha_W\cos(\varphi_A-\varphi_W) \tag{4}$$

$$\cos\theta_2=\cos\alpha_T\cos\alpha_W+\sin\alpha_T\sin\alpha_W\cos(\varphi_T-\varphi_W) \tag{5}$$

$$u_1=R_1\tan(\theta_1/2) \tag{6}$$

$$u_2=R_2\tan(\theta_2/2) \tag{7}$$

式中:R_1、R_2——分别为第一个圆弧段和第二个圆弧段的曲率半径。

在方程组(1)~(7)中,未知数为 u_1、u_W、u_2、α_W、φ_W、θ_1 和 θ_2,共7个,与方程个数相等,故方程组为定解问题。

2　刘修善算法

令:

$$X_0=\Delta X_{A,T}-u_1\sin\alpha_A\cos\varphi_A-u_2\sin\alpha_T\cos\varphi_T \tag{8}$$

$$Y_0=\Delta Y_{A,T}-u_1\sin\alpha_A\sin\varphi_A-u_2\sin\alpha_T\sin\varphi_T \tag{9}$$

$$Z_0=\Delta Z_{A,T}-u_1\cos\alpha_A-u_2\cos\alpha_T \tag{10}$$

文献[1]给出了下面的迭代算法(简称刘修善算法):

$$u_W=\sqrt{X_0^{\ 2}+Y_0^{\ 2}+Z_0^{\ 2}} \tag{11}$$

$$\tan\alpha_W=\sqrt{X_0^{\ 2}+Y_0^{\ 2}/Z_0^{\ 2}} \tag{12}$$

$$\tan\varphi_W=Y_0/Z_0 \tag{13}$$

然而,迭代法的收敛是有限定条件的,并且与迭代初始值有很大关系[2]。刘修善算法是否收敛没有理论上的保证,而且如何选择迭代初始值也没有具体的说明。

3　消元

解多元方程组的一般策略是消元和化简,将未知数的个数降到最少,将复杂的方程化简到已知可解的方程[3]。本文遵循这一策略对方程组(1)~(7)进行求解。记:

$$l_1=\sin\alpha_A\cos\varphi_A \tag{14}$$

$$m_1=\sin\alpha_A\sin\varphi_A \tag{15}$$

$$n_1=\cos\alpha_A \tag{16}$$

$$l_2=\sin\alpha_T\cos\varphi_T \tag{17}$$

$$m_2=\sin\alpha_T\sin\varphi_T \tag{18}$$

$$n_2=\cos\alpha_T \tag{19}$$

$$l_W=\sin\alpha_W\cos\varphi_W \tag{20}$$

$$m_W=\sin\alpha_W\sin\varphi_W \tag{21}$$

$$n_W=\cos\alpha_W \tag{22}$$

则式(1)~(5)可以改写成下面的形式:

$$l_1u_1+l_Wu_W+l_2u_2=\Delta X_{A,T} \tag{23}$$

$$m_1u_1+m_Wu_W+m_2u_2=\Delta Y_{A,T} \tag{24}$$

$$n_1u_1+n_Wu_W+n_2u_2=\Delta Z_{A,T} \tag{25}$$

$$\cos\theta_1=l_1l_W+m_1m_W+n_1n_W \tag{26}$$

$$\cos\theta_2=l_2l_W+m_2m_W+n_2n_W \tag{27}$$

将式(23)~(25)代入式(26),化简得:

$$u_W\cos\theta_1=P_1-u_1-u_2\cos\theta_{12} \tag{28}$$

式中:

$$P_1=l_1\Delta X_{A,T}+m_1\Delta Y_{A,T}+n_1\Delta Z_{A,T} \tag{29}$$

$$\cos\theta_{12}=l_1l_1+m_1m_2+n_1n_2 \tag{30}$$

类似地可以得到:

$$u_W\cos\theta_2=P_2-u_1\cos\theta_{12}-u_2 \tag{31}$$

式中:

$$P_2=l_2\Delta X_{A,T}+m_2\Delta Y_{A,T}+n_2\Delta Z_{A,T} \tag{32}$$

将式(23)~(25)中等式左端不含下标 w 的项移到等式右端,然后再平方相加,化简得:

$$u_W^{\ 2}=D^2+u_2^{\ 2}+2P_1u_1-2P_2u_2+2u_1u_2\cos\theta_{12} \tag{33}$$

式中:

$$D=\sqrt{(\Delta X_{A,T})^2+(\Delta Y_{A,T})^2+(\Delta Z_{A,T})^2} \tag{34}$$

再令:

$$u_W=u_1+u_2+u \tag{35}$$

式中:u——稳斜段 BC 的段长。

将式(35)代入式(33),化简后得:

$$2(P_1+u)u_1+2(P_2+u)u_2+2au_1u_2=D^2-u^2 \tag{36}$$

式中:$a=1-\cos\theta_{12}$

从式(36)得到:

$$u_1=\frac{D^2-u^2-2(P_2+u)u_2}{2(P_1+u+au_2)} \quad (37)$$

$$u_2=\frac{D^2-u^2-2(P_1+u)u_1}{2(P_2+u+au_1)} \quad (38)$$

利用三角函数关系式 $\cos\theta_1=\frac{1-\tan^2(\theta_1/2)}{1+\tan^2(\theta_1/2)}$,从式(6)和(28)化简得:

$$(P_1+au_2+u)u_1{}^2=R_1{}^2(2u_1+bu_1+u-P_1) \quad (39)$$

式中:$b=1+\cos\theta_{12}$

类似地可以得到:

$$(P_2+au_1+u)u_2{}^2=R_2{}^2(2u_2+bu_1+u-P_2) \quad (40)$$

这样,我们得到了由式(36)和式(39)~(40)组成的只包含 3 个未知数 u_1、u_2 和 u 的多项式方程组。

4 化简

从式(37)和式(39)化简得:

$$A_{11}(u)u_1+A_{12}(u)u_2=B_1(u) \quad (41)$$

式中:

$$A_{11}(u)=a(D^2-u^2)+2(P_1+u)(P_2+u)-4aR_1{}^2 \quad (42)$$

$$A_{12}(u)=2[(P_2+u)^2-abR_1{}^2] \quad (43)$$

$$B_1(u)=(D^2-u^2)(P_2+u)+2aR_1{}^2(u-P_1) \quad (44)$$

从式(38)和式(40)化简得:

$$A_{21}(u)u_1+A_{22}(u)u_2=B_2(u) \quad (45)$$

式中:

$$A_{21}(u)=2[(P_1+u)^2-abR_2{}^2] \quad (46)$$

$$A_{22}(u)=a(D^2-u^2)+2(P_1+u)(P_2+u)-4aR_2{}^2 \quad (47)$$

$$B_2(u)=(D^2-u^2)(P_1+u)+2aR_2{}^2(u-P_2) \quad (48)$$

显然,式(41)和式(45)构成一个以 u_1 和 u_2 为未知数的二元线性代数方程组,方程组的系数为未知数 u 的多项式函数。使用克莱默法则[4]求得该线性代数方程组的形式解如下:

$$u_1=\frac{E_1(u)}{E(u)} \quad (49)$$

$$u_2=\frac{E_2(u)}{E(u)} \quad (50)$$

式中:

$$E(u)=A_{11}(u)A_{22}(u)-A_{12}(u)A_{21}(u) \quad (51)$$

$$E_1(u)=A_{22}(u)B_1(u)-A_{12}(u)B_2(u) \quad (52)$$

$$E_2(u)=A_{11}(u)B_2(u)-A_{21}(u)B_1(u) \quad (53)$$

再将解(49)~(50)代入式(36),整理后得:

$$F(u)=0 \quad (54)$$

式中:

$$F(u)=2(M_1+u)E_1(u)E(u)+2(M_2+u)E_2(u)E(u)+2aE_1(u)E_2(u)-(D^2-u^2)E(u)^2 \quad (55)$$

显然,$F(u)$是一个以 u 为未知数的多项式方程。

5 新算法

根据以上的理论准备,给出方程组(1)~(7)的一个新算法。

(1)使用实根分离算法[5]求出多项式方程(55)的全部非负实数根,记为 ν_i,$i=1,\Lambda,N$,其中 N 为非负实数根个数。

(2)对 $i=1,\Lambda,N$,执行下面的步骤(3)~(10)。

(3)令 $u=\nu_i$,从式(42)~(44)和式(46)~(48)计算 $A_{11}(u)$、$A_{12}(u)$、$A_{21}(u)$、$A_{22}(u)$、$B_1(u)$、$B_2(u)$。

(4)从式(51)~(53)计算 $E(u)$、$E_1(u)$、$E_2(u)$。

(5)如果$|E(u)|\leqslant\varepsilon_1$($\varepsilon_1$ 是给定的非常小的常数),则令 $i=i+1$,转(3)。

(6)从式(49)~(50)计算 u_1、u_2。如果 $u_1\leqslant0$ 或者 $u_2\leqslant0$,则令 $i=i+1$,转(3)。

(7)从式(35)计算 u_W。

(8)从式(28)计算 θ_1,从式(31)计算 θ_2。

(9)从式(23)~(25)计算 l_W、m_W、n_W。

(10)从式(20)~(22)计算 α_W、φ_W。

从新算法的计算过程来看,主要计算工作量集中在求多项式方程(55)的实数根上,其余计算步骤仅仅是简单的公式计算。新算法从根本上解决了常规迭代算法固有的初值依赖性、迭代可能发散等缺陷;另外,如果井眼轨道设计问题有多个解的话,新算法还能同时求出这些解,这个特点是其他算法不具备的。

在进行数值计算时,为了避免数字反复相乘使多项式系数过大、从而增大计算误差,令:

$$x=u/D$$

$$p_1=P_1/D$$

$$p_2=P_2/D$$

$$e(x)=E(u)/D^4$$

$$e_1(x)=E_1(u)/D^5$$

$$e_2(x)=E_2(u)/D^5$$

$$f(x)=2(p_1+x)e_1(x)e(x)+2(p_2+x)e_2(x)$$
$$e(x)+2ae_1(x)e_2(x)-(1-x^2)e(x)^2$$

显然,方程 $f(x)=0$ 等价于方程 $F(u)=0$,故在新算法中使用方程 $f(x)=0$ 来代替方程(55)。

6 算例

在某多目标井设计中,要求上靶点的井斜角 $\alpha_A=75°$、方位角 $\varphi_A=310°$,下靶点的井斜角 $\alpha_B=91°$、方位角 $\varphi_B=340°$。如果这两个靶点间的垂深增量 $\Delta Z_{A,T}=30$ m、南北坐标增量 $\Delta X_{A,T}=180$ m、东西坐标增量 $\Delta Y_{A,T}=-100$ m,试设计该靶段的井眼轨道。

根据本文新算法,首先可以算出:

$$f(x)=x^{10}+2.079x^9-2.912x^8-8.317x^7+0.334x^6+9.709x^5+3.085x^4-4.116x^3-1.918x^2+0.510x+0.274$$

该多项式在[0,1]区间有 3 个非负实数根:

$$x_1=0.463,x_2=0.758,x_3=0.926$$

经过新算法第(6)步判断之后,只有 x_1 是满足限定条件的根。最终求得:$u_1=38.86$,$u_2=18.74$,$u_W=154.05$,$\theta_1=25.48°$,$\theta_2=9.97°$,$\alpha_W=82.44°$,$\varphi_W=334.88°$。

求出上述解之后,再根据圆弧轨道计算方法计算轨道其他参数[6~8]。

7 结论

(1)井眼轨道的软着陆设计模型归结为求解一个 7 元非线性方程组,通过消元和化简,将 7 元非线性方程组的求解问题归结为等价的 1 元多项式方程的求解问题,并在此基础上,给出了软着陆设计模型的一个新算法。新算法克服了常规迭代算法对初值的依赖性和无法证明迭代过程收敛等固有缺陷。

(2)实例计算表明,新算法具有非常快的计算速度,并且能够正确判断软着陆设计模型是否有解。

参考文献:

[1] 刘修善,何树山.井眼轨道的软着陆设计模型及其应用[J].天然气工业,2002,22(2):43-45.
[2] 李庆扬,莫孜中,祁力群.非线性方程组的数值解法[M].北京:科学出版社,1987.
[3] 吴文俊.吴文俊论数学机械化[M].济南:山东教育出版社,1996.
[4] 编写组.数学手册[M].北京:人民教育出版社,1979.103-111.
[5] 陆征一,何碧,罗勇.多项式系统的实根分离算法及其应用[M].北京:科学出版社,2004.
[6] 鲁港,王刚,孙忠国,等.定向井钻井中空间圆弧轨道计算的两个问题[J].石油地质与工程,2006,20(6):53-55.
[7] 鲁港,李晓光,单俊峰,等.平均井眼曲率的计算[J].钻采工艺,2007,30(4):149-150,160.
[8] 张积锁,鲁港.圆弧井段井斜变化率和方位变化率的计算[J].石油地质与工程,2007,21(4):68-70.

关于举办深部地质钻探技术培训交流会的通知

为了进一步提高地质调查高新技术使用效率和水平,应用推广自主研发的设备仪器,使先进的钻探设备技术、仪器、器具、工艺方法更为广泛应用,并配合科学超深井钻探技术方案预研究,依据中国地质调查局 2010 年培训计划要求,拟于 2010 年 7 月 4~9 日在安徽省黄山市举办深部地质钻探技术培训交流会。会议有关事项如下:

一、培训内容及专家

王达教授:深孔岩心钻探的技术难点与对策

张伟教授级高工:汶川地震科学钻探技术有关情况介绍

张金昌教授级高工:2000 米全液压岩心钻探技术装备集成示范

朱恒银教授级高工:深部矿体勘探钻探技术方法研究

苏长寿教授级高工:液动潜孔锤钻进技术

王年友教授级高工:绳索取心钻探及事故处理技术

朱永宜教授级高工:复杂地层取心技术

陶士先教授级高工:深部钻探钻井液设计

李子章教授级高工:金刚石钻头与扩孔器

谢文卫教授级高工:地质钻探成果梳理

二、参加人员

有关地勘单位负责钻探业务的技术负责人,从事勘探、钻探工作的专业技术人员。

三、会议组织

培训交流会由中国地质调查局科技外事部主办;中国地质科学院勘探技术研究所、中国地质学会探矿工程专业委员会承办;安徽省地质学会、安徽省地质矿产勘查局 332 地质大队协办。

四、培训时间、地点

时间:2010 年 7 月 4 日报到,7 月 5~9 日培训,7 月 10 日返程。

地点:安徽黄山屯溪区黄山东路 172 号山水速 8 酒店。

五、联系方式

1、地调局:张学君 电话:010-58584688

2、中国地质科学院勘探技术研究所:

地址:河北省廊坊市金光道 77 号,邮编:065000

联系人:冉恒谦,0316-2096501、2096506(传真)
13803221648、邮箱:ranhq666@heinfo.net
刘芳霞,0316-2096532、2096506(传真)
13833695783、邮箱:lfx@cniet.com