

# 横向惯性效应对基桩动测的影响分析

陈兴亮<sup>1,2</sup>, 段德贵<sup>1</sup>, 熊传祥<sup>2</sup>

(1. 湖南省勘测设计院, 湖南长沙 410014; 2. 福州大学环境与资源学院, 福建福州 350002)

**摘要:**在桩的振动理论中, 对大直径桩, 不能把桩简单看成一维杆件, 必须考虑其横向尺寸产生的横向惯性效应。通过横向惯性效应的运动方程进行拉氏变换, 推导出桩顶在正弦激振力作用下的位移和速度的响应传递函数以及速度导纳表达式, 并分析了横线惯性效应对基桩动测时域曲线的影响以及其影响因素。在不考虑材料阻尼、桩周土条件下, 发现横向惯性效应会降低应力波速度, 并产生衰减作用, 同时脉冲宽度和桩径大小直接影响着横向惯性效应的强弱。

**关键词:**横向惯性效应; 时域; 拉氏变换; 桩; 基桩动测

**中图分类号:** TU473.1<sup>+</sup>6 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-7428(2008)08-0036-04

**Analysis on the Influence of Lateral Inertia to Dynamic Test for Pile Foundation/**CHEN Xing-liang<sup>1,2</sup>, DUAN De-gui<sup>1</sup>, XIONG Chuan-xiang<sup>2</sup> (1. Hunan Survey and Design Institute, Changsha Hunan 410014, China; 2. College of Environment and Resources, Fuzhou University, Fuzhou Fujian 350002, China)

**Abstract:** In the theory of pile vibration, one-dimensional assumption is not suitable for the large diameter pile. The influence of lateral inertial effect must be taken into account. This paper presents the solution of the motion equation of lateral inertial effect with Laplace transforms and develops the velocity response function under semi-sine wave exciting force at the level of pile tip. The paper also presents the analysis on the influence of lateral inertial effect of the dynamic response curves in the time-domain and its factors. Taking no account of the influence of pile material damping and the surrounding soil, it is found that both the velocity decreasing and attenuation of the stress wave are due to the lateral inertial effect. Meanwhile, different pulses and diameters also have an important influence on the lateral inertial effect.

**Key words:** lateral inertial effect; time-domain; Laplace transforms; pile; dynamic test for pile

## 0 引言

近年来, 低应变应力波反射法完整性检测技术以其快捷、无损、便携、经济等优点, 在国内外得到广泛的应用和发展。在应力波反射法理论中, 作了很多假设, 如将桩看成一维杆件, 材料均质, 各向同性, 等截面, 应力均匀分布等, 其中还包括重要一点: 平截面假设。在平截面假设中, 将桩变形时的横截面看成仍保持为平面, 并在平截面上只存在均匀分布的轴向应力, 忽略了桩中质点的横向运动对纵向振动的影响。而实际上, 随着高层建筑, 超高层建筑以及重大型建筑的大量涌现, 桩基础使用大直径桩、超长大桩也越来越多。因此, 在桩的振动理论中, 不能把桩简单看成一维杆件, 忽略桩的横向尺寸。在国外, Pochhammer 首先指出了杆的基本弥散性质, Rayleigh 给出了关于纵向振动横向效应的评估<sup>[1]</sup>, Love 推导了完全的控制方程<sup>[2]</sup>; 在国内, 王雪峰等学者从能量角度推导出了桩纵向振动时考虑横向惯

性效应的运动方程<sup>[3]</sup>, 并以谐波解试解, 得出了若干结论。本文在此基础上深入分析, 通过拉氏变换, 推导出桩顶位移和速度的响应传递函数以及桩顶速度导纳表达式, 得出了不少有益结论。

## 1 基本假设及定解问题

考虑一完整嵌岩桩, 桩端固定, 桩顶受一半正弦脉冲激励, 桩长  $l$ , 横截面积为常数且面积为  $A$ , 桩材线弹性材料, 均匀各向同性, 弹性模量为  $E$ , 密度  $\rho$ , 桩侧土阻尼和桩材阻尼忽略不计, 并建立如下坐标系: 以横截面中心为  $y$  轴和  $z$  轴的坐标原点, 沿桩身向下为  $x$  方向, 位移分别用  $u, v, w$  表示, 本文研究问题的简化模型如图 1 所示。

取桩身  $x$  位置处横截面上任一点分析, 除有轴向应变  $\varepsilon_x$  外, 还由于 Poisson 效应同时存在横向变形  $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ , 进而可得出横向运动的质点速度  $v_y, v_z$  及加速度  $a_y, a_z$ , 由此可见, 横截面上存在着非均匀分

收稿日期: 2008-03-25

基金项目: 福建省自然科学基金项目(编号: F0210006); 福州大学发展基金项目(编号: 2004-XQ-11)

作者简介: 陈兴亮(1982-), 男(汉族), 江苏句容人, 湖南省勘测设计院工程师, 岩土工程专业, 硕士, 从事基坑、滑坡、基桩动测等方面的设计研究工作, 湖南省长沙市体育路 245 号, chenxingliang@foxmail.com。

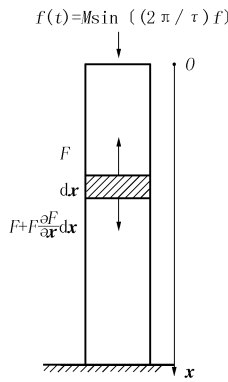


图 1 计算简化模型

布的横向应力,必然导致平截面的弯曲。

然后,从能量的角度,根据哈密顿变分原理进而推出考虑横向效应的桩纵向振动的运动方程(即 LOVE 运动方程)<sup>[4]</sup>:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E \partial^2 u}{\rho \partial x^2} + v^2 r_g^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (1)$$

初始条件:

$$u(x, t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

边界条件:

$$\frac{k u(x, t)}{EA} + \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x}|_{x=0} = -\frac{f(t)}{EA} = -\frac{M \sin[(2\pi/\tau)t]}{EA} \quad (4)$$

## 2 定解问题求解

### 2.1 Laplace 变换

结合初始条件,边界条件,对定解问题(1)取关于  $t$  的 Laplace 变换:

$$\text{记: } U(x, s) = L[u(x, t)] = \int_0^{+\infty} u(x, t) e^{-st} dt$$

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt$$

利用 Laplace 变换的微分性质及初始条件,可得:

$$L\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right] = s^2 U(x, s) - su(x, 0) - \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = s^2 U(x, s) \quad (5)$$

$$L\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right] = \frac{d^2}{dx^2} L[u(x, t)] = \frac{d^2}{dx^2} U(x, s) \quad (6)$$

$$L\left[\frac{\partial u(0, t)}{\partial x}\right] = \frac{\partial U(0, s)}{\partial x} = -\frac{F(s)}{EA} \quad (7)$$

$$U(x, s)|_{x=l} = U(l, s) = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} L\left[\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2}\right] &= L\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)\right] = \frac{\partial^2}{\partial x^2} L\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right] \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[s^2 U(x, s) - su(x, 0) - \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0}\right] \end{aligned}$$

$$= \frac{d^2}{dx^2} (s^2 U(x, s)) = s^2 \frac{d^2}{dx^2} U(x, s) \quad (9)$$

这样,求解原定解问题就转化为求解含有参数  $s$  的常微分方程的边值问题:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} U(x, s) - \frac{s^2}{E/\rho + v^2 r_g^2} U(x, s) = 0 \\ \frac{k U(x, s)}{EA} + \frac{\partial U(x, s)}{\partial x}|_{x=l} = 0 \\ \frac{\partial U(0, s)}{\partial x} = -\frac{L[f(t)]}{EA} = -\frac{F(s)}{EA} \end{cases}$$

很显然,方程  $U(x, s)$  是关于  $x$  的一个二阶常系数齐次线性微分方程。

$$\text{设 } \lambda = \sqrt{-\frac{s^2}{E/\rho + v^2 r_g^2}}, \text{ 则方程的解:}$$

$$U(x, s) = C_1 \cos(\lambda x) + C_2 \sin(\lambda x) \quad (10)$$

式中:  $C_1, C_2$ ——待定系数。

由边界条件(3)、(4)得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x, s)}{\partial x}|_{x=0} &= -\lambda C_1 \sin(\lambda x) + \lambda C_2 \cos(\lambda x)|_{x=0} \\ &= C_2 \lambda = -\frac{F(s)}{EA} \end{aligned}$$

$$C_1 \left[ \frac{k}{EA} \cos(\lambda l) - \lambda \sin(\lambda l) \right] +$$

$$C_2 \left[ \frac{k}{EA} \sin(\lambda l) + \lambda \cos(\lambda l) \right] = 0$$

从而解出待定系数  $C_1, C_2$ 。

### 2.2 频响特性及导纳

根据有关定义,容易得到桩顶处位移阻抗函数的解析表达式,如下:

$$Z(s) = \frac{F(s)}{U(x, s)|_{x=0}} = \frac{-EAC_2 \lambda}{C_1} = -EA \lambda \text{tg}(\lambda l - \varphi) \quad (11)$$

式中:  $F(s) = L[f(t)]$ 、 $\varphi = \arctg \frac{k}{EA \lambda}$ 。

桩顶速度响应函数  $v(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$ , 根据 Laplace 变换微分性质,可得:

$$V(x, s) = L[v(x, t)] = s U(x, s)$$

由此容易得出桩顶的速度响应传递函数:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{V(x, s)}{F(s)} = \frac{s U(x, s)}{F(s)} = \frac{s}{Z(s)} \\ &= -\frac{s}{EA \lambda \text{tg}(\lambda l - \varphi)} \end{aligned} \quad (12)$$

在式(12)中,取  $s = i\omega$  ( $\omega$  为振动角频率),  $\bar{\omega} = \omega T_c$  ( $T_c = l/C$ ),  $C = \sqrt{E/\rho}$ , 进行无量纲化,得到桩顶速度频率响应(导纳)的解析表达式:

$$H_v(i\omega) = -\frac{1}{\rho 4C \lambda \operatorname{tg}(\lambda - \varphi)} \frac{i\bar{\omega}}{\bar{\omega}} \quad (13)$$

式中:  $\bar{\varphi} = \arctg \frac{kl}{EA \lambda}$

以速度导纳幅值  $|H_v(i\omega)|$  作纵坐标, 以  $\bar{\omega}$  作横坐标, 即可得到桩顶速度导纳曲线(速度幅频曲线)。

### 2.3 瞬态激振分析

这里, 桩顶激励脉冲  $f(t)$  选择半正弦脉冲:

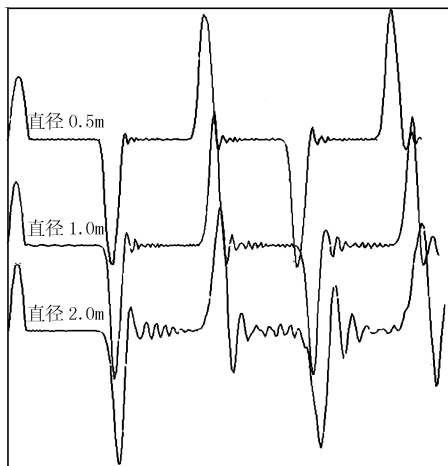
$$f(t) = \begin{cases} M \sin \frac{\pi t}{T_0} & |t| < T_0 \\ 0 & |t| \geq T_0 \end{cases} \quad (14)$$

根据傅立叶变换性质及卷积定理, 设桩顶激振力  $f(t)$  傅氏变换形式为  $F(i\omega)$ , 则桩顶时域速度响应为:

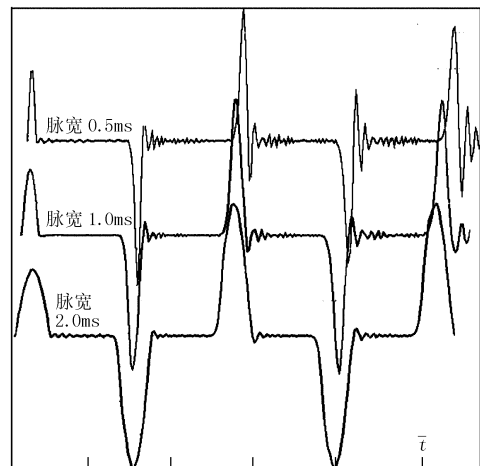
$$v(t) = f(t)g(t) = IFT\{F(i\omega)H(i\omega)\} \quad (15)$$

则半正弦脉冲激振力作用下桩顶时域速度响应的半解析解(无量纲化)为:

$$v(\bar{t}) = \frac{M\pi l}{EA} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\bar{\omega}}{\lambda \operatorname{tg}(\lambda - \varphi)} \cdot \frac{\bar{T}_0}{\pi^2 - \bar{T}_0^2 \bar{\omega}^2} (1 + e^{-i\bar{\omega}\bar{t}_0}) e^{i\bar{\omega}\bar{t}} d\bar{\omega} \quad (16)$$



(a) 不同直径



(b) 不同脉宽

图2 横向惯性效应对基桩动测曲线的影响

(2) 横向惯性效应的增强, 也加剧了基桩动测曲线的振荡, 且在后续反射中, 波形振荡越明显, 这势必阻碍对波形的正确判断。野外工程实践中, 使用相同传感器, 相同振源, 中小桩上实测信号几乎没有振荡, 而长大桩中振荡非常明显, 而这直接导致判断、读数困难, 甚至误判。

(3) 图2(a)和图2(b)的一个共同特点是, 随着横向惯性效应的增强, 波形发生明显后移, 也就是

式中:  $\bar{\omega} = \omega T_c$ ,  $\bar{T}_0 = T_0/T_c$ ,  $\bar{t} = t/T_c$ ,  $T_c = l/C$ ,  $C = \sqrt{E/\rho}$  (其中  $\bar{\tau}$  为无量纲脉冲宽度因子)。

### 3 分析计算

有限元软件包 Femlab 是基于偏微分方程而开发的, 根据以上分析及桩纵向振动考虑横向惯性效应的运动方程, 可以基于 Femlab 平台来对正弦激振力作用下的时域响应曲线进行分析, 在不考虑桩周土、桩材阻尼条件下, 探究横向效应作用对应力波的影响, 此也为进一步分析桩周土阻尼、桩材阻尼和横向惯性效应的耦合作用奠定基础。现以一 10 m 长完整端成桩为研究对象, 桩端固定, 不考虑桩周土、桩材阻尼影响, 取密度  $\rho = 2450 \text{ kg/m}^3$ , 取弹模  $E = 30 \text{ GPa}$ 。分 2 种情况考虑: 一是固定脉宽, 桩径分别取 0.5、1.0、1.5 m; 二是固定桩径, 脉宽分别取对横向惯性取 0.5、1.0、2.0 ms, 其计算桩顶时域曲线分别如图 2 所示。

仔细分析图 2, 可以得出以下结论:

(1) 固定脉宽(1 ms), 横向惯性效应随直径的增大而增强; 固定直径(0.7 m), 激振脉冲宽度越窄, 横向惯性效应越明显。

说, 应力纵波波速已经开始下降。究其原因, 主要由横向惯性效应的作用, 引起的应力波的几何弥散, 从而致使应力纵波波速明显下降(当横向惯性效应显著时, 可致使应力纵波波速下降近一半)。刘金东在首都机场深达 35 m、横截面积为 2500 mm × 2500 mm 的条基上做动测试验, 在桩长和混凝土强度有严格保障的前提下, 实测波速仅约 2200 m/s, 这几乎是正常波速的一半, 当时无法解释, 其实这实

际上正是由于横向惯性效应引起的几何弥散导致的。

(4)由图 2 可知,在后续反射中,波形峰值开始下降,应力波法发生衰减。这主要由于横向惯性效应的存在,致使应力波能量发生损耗,即使基桩动测不受桩材本身阻尼和桩周土阻尼,以及桩端阻尼等因素的影响,横向惯性效应也能导致应力波反射的衰减,并且横向惯性效应越显著,衰减越明显。

(5)一般而言,只有当桩的横向尺寸远小于波长时,桩的横向动能远小于纵向动能,一维应力波理论才能给出足够好的近似结果,否则必须计及由横向惯性效应导致的波的几何弥散。因此,在实际工程测桩时,需在桩头设置软垫,采用低频振源,增大入射波长度,尽量减少因横向惯性效应导致的几何弥散。

### 4 结论

(1)本文通过对桩纵向振动考虑横向惯性效应的运动方程进行拉氏变换,推导出桩顶位移和速度的响应传递函数以及桩顶速度导纳表达式,得出了

(上接第 30 页)

25 kW,电费为 0.7 元/kW·h,水泥砂浆单价为 350 元/m<sup>3</sup>。

本次冲击回转钻进实行总费用发包,按 50 元/m 计算,施工 23 m 共花费 1150 元。不同钻进方法的成本见表 2。

表 2 不同钻进方式钻进成本对比 /元

钻头选型	使用钻头个数	钻头单价	钻头总费用	电费及泥浆费用	水泥砂浆费用	其他费用	合计费用
普通取心钻头	3	700	2100	3585	-	-	5685
牙轮钻头	1	3150	3150	2966	-	-	6116
冲击回转	1	-	-	718	1011	1150	2879

从表 2 看出,牙轮钻头钻进施工成本最高,冲击回转钻进施工成本最低。

### 3.3 钻进效果

4 月 29 日晚间用水泥砂浆封孔,5 月 3 日开始钻进,穿过水泥砂浆段后,经在 40 m 处测斜,钻孔顶角为 0°,满足设计要求。

不少有益结论。

(2)横向惯性效应与桩体直径和激振脉宽有着紧密的联系。横向惯性效应随桩径的增大而增强。

(3)由于横向惯性效应的作用,引起的应力波的几何弥散,从而致使应力纵波波速的下降,效应越明显,波速下降程度越大。

(4)由于横向惯性效应的存在,致使应力波能量发生损耗,即使基桩动测不受桩材本身阻尼和桩周土阻尼,以及桩端阻尼等因素的影响,横向惯性效应也能导致应力波反射的衰减,并且横向惯性效应越显著,衰减越明显。

### 参考文献:

[1] 王靖涛. 桩基应力波检测理论及工程应用[M]. 北京:地震出版社,1999.

[2] Love A. E. H. A treatise on the mathematical theory of elasticity [M]. New York: Dover Publication, 1944.

[3] 王雪峰,吴世明. 基桩动测技术[M]. 北京:科学出版社,2001.

[4] Love A. E. H. Some problem of geodynamics [J]. Cambridge, 1911.

### 4 结语

ZK0805 钻孔设计孔深为 960 m,要求钻孔顶角 ≤1°/100 m。如果开孔时顶角偏大,下部施工时就会出现许多难以预料的困难,甚至出现报废钻孔的重大事故。因此,开孔时必须控制好钻孔的顶角。

对于小口径地质钻探钻孔,在卵砾石层中钻进特别是在胶结性差的砂卵石层中钻进,控制孔斜一直是个难题。使用大口径冲击钻进工艺可有效解决这个技术问题。

大口径冲击钻进工艺应用在小口径地质钻探孔中,目前还比较少见。该种工艺受到许多方面的限制,如孔深方面只能施工 70 m 以浅的钻孔,另外孔径方面也受到限制,一般要求孔径 >400 mm。

### 参考文献:

[1] 曹却非. 钻孔灌注桩冲击钻进施工法[J]. 公路与汽运,2003, (2).

[2] 徐月松. 冲击钻进工艺在复杂地层钻孔桩施工中的若干技术问题[J]. 探矿工程,2001, (2).